



# QC検定2級

## 公式集

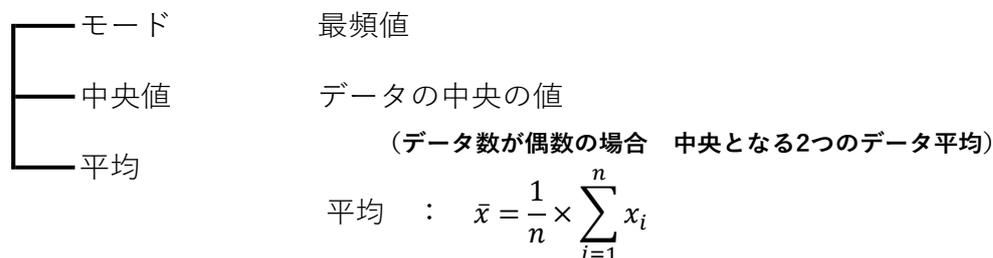
石田プラスチック株式会社

### 1 はじめに

QC検定では似たような公式が多く出るので、似た公式を集め覚えただ方が良いでしょう。

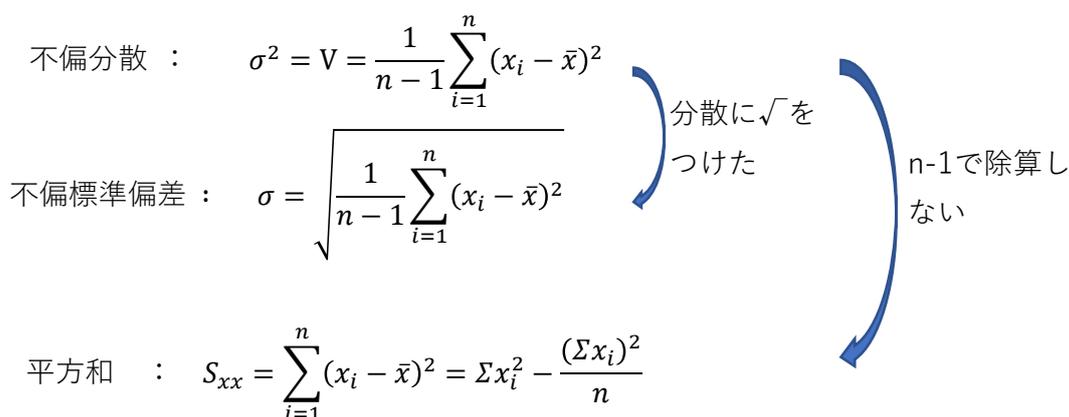
### 2 代表値

代表値には下記のものがあります。



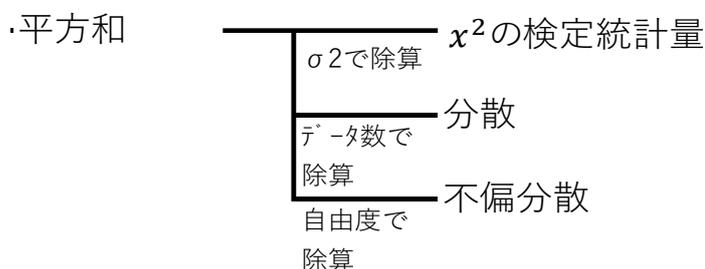
### 3 分散の3変化

QC検定での分散は n-1 で除算するものが一般的です。

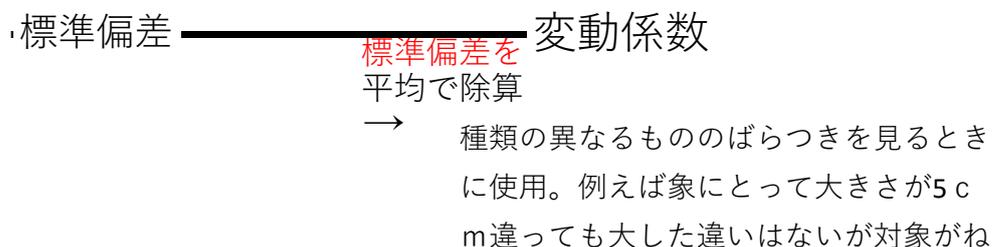


### 4 平方和の3変化

3項と重なりますが・・・平方和の分母は下記のように変えることができます。



### 5 3項において変化していない標準偏差は



## 6 2項分布とポアソン分布

2項分布の式と 平均・分散

$$P[X = k] = \frac{n!}{k!(n-k)!} p^k (1-p)^{n-k}$$

赤囲部は同じと覚えると覚えやすいかも

$$E[X] = np$$

$$V[X] = np(1-p)$$

※  $E[X]$ は $X$ を変数とした平均を意味します。

ポアソン分布の式と 平均・分散

$$P[X = k] = \frac{\lambda^k}{k!} e^{-\lambda}$$

$$E[X] = \lambda$$

$$V[X] = \lambda$$

$V[X]$ は $X$ を変数とした分散を意味します。

## 7 検定統計量 と 区間推定

下記説明後に出てくる表1の公式は覚えていく順番があります。

### 1 検定には大きく分けて

i 計量値を扱うもの

⑤①～⑥ で説明します。

ii 計数値（二項分布とポアソン分布）を扱うもの

⑤⑦～⑩で説明します。

iii 分散を扱うもの

⑤⑪～⑬ で説明します。 があります。

### 2 標準正規分布化の公式と基本の検定統計量は形が似ているので注意

$$z = \frac{x - \mu}{\sigma} \quad \text{標準正規分布化}$$

$$u_0 = \frac{\bar{x} - \mu_0}{\sqrt{\sigma^2/n}} \quad \text{検定統計量}$$

### 3 検定統計量と区間推定も形が似ています。

$$u_0 = \frac{\bar{x} - \mu_0}{\sqrt{\sigma^2/n}} \quad \text{検定統計量}$$

$$\bar{x} \pm u(\alpha/2)\sqrt{\sigma^2/n} \quad \text{区間推定}$$

### 4 区間推定と検定統計量の違いは

① 区間推定の基本形は 点推定  $\pm$  分布からの読取値  $\times$  検定統計量の分母

（分布からの読取値は下記のように正規分布と t 分布では示す箇所が異なるため

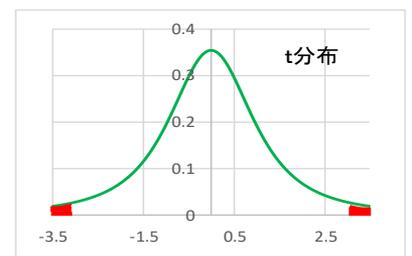
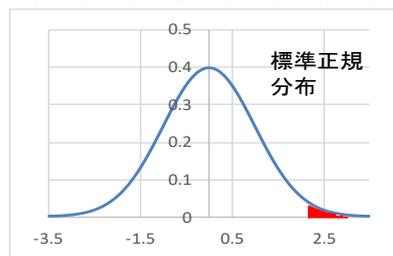
正規分布の場合

$$u(\alpha/2)$$

t 分布の場合

$$t(\alpha)$$

となります。



② 基本的には、検定は母集団の統計量（母平均や母分散）を推定は標本の統計量

（標本平均や標本分散）を使用します。

### 5 くどいようですが $u_0 = \frac{\bar{x} - \mu_0}{\sqrt{\sigma^2/n}}$ が 基本で $\sigma^2/n$ の箇所が変わっていきます。

①  $\sigma^2$ が分からない場合

推定値の  $V$ （標本分散）を代用します。代用のため正規分布ではなく t 分布となります。

$$t_0 = \frac{\bar{x} - \mu_0}{\sqrt{V/n}}$$

- ② 2つの集団があり、それぞれ $\sigma^2$ が分かる場合：標準正規分布使用

2つの $\sigma$ を使い  $\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}$  となります。

- ③ 2つの集団があり、それぞれ $\sigma^2$ が分からない場合：t分布を使用  
代用のVを使用します。形は②と同じで

2つのVを使い  $\frac{V_1}{n_1} + \frac{V_2}{n_2}$  となります。 t分布使用

- ④ 特例として2つの集団の分散が同じと考えられる場合 まとめることができます。

1つのVを使い  $V\left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}\right)$  となります。

- ⑤ 2つの集団が車の両輪のように対になる場合（同じような影響を受ける場合）  
データ同士の差を1データとして使うことができます。その場合 $\sigma^2$ も $\sigma_d^2$ を使用します。

$$\bar{d} / \sqrt{\sigma_d^2 / n}$$

- ⑥ ⑤と同じ条件なのですが母分散が不明の場合、代用のVdを使用します。

$$\bar{d} / \sqrt{V_d / n}$$

- ⑦ 二項分布は(二項分布を正規分布として近似する場合)、平均はP  
分散は $P(1-P)/n$ なのでそれを代入します。

$$\frac{P - P_0}{\sqrt{P_0(1 - P_0)/n}}$$

- ⑧ ポアソン分布で分散が分かっている場合 分散は $\lambda$ なので $\sigma^2$ の代わりに $\lambda$ を使用します。

$$\frac{\hat{\lambda} - \lambda_0}{\sqrt{\lambda_0 / n}}$$

- ⑨ 二項分布で分散が分かっていない場合 平均はP、分散は $P(1-P)/n$ を代入し、  
④で勉強したように分散を同じと考えるので下記のようになります。

$$\frac{P_A - P_B}{\sqrt{\bar{P}(1 - \bar{P}) \times \left(\frac{1}{n_A} + \frac{1}{n_B}\right)}}$$

- ⑩ ポアソン分布で分散が分かっていない場合 分散は $\lambda$ なので $\sigma^2$ の代わりに各々の  
分散平均 $\hat{\lambda}$ を使用し、④で勉強したように分散を同じと考えるので下記のようになります。

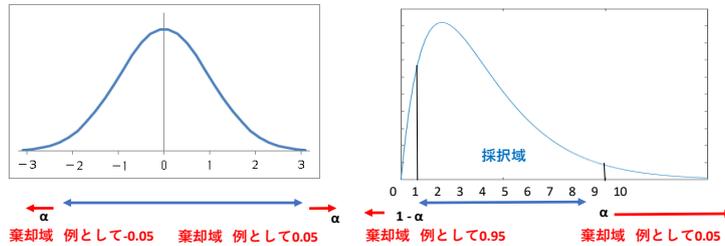
$$\frac{\hat{\lambda}_A - \hat{\lambda}_B}{\sqrt{\hat{\lambda} \times \left(\frac{1}{n_A} + \frac{1}{n_B}\right)}}$$

⑪ 今までの平均の検定は減算でしたが 分散の検定は除算となります。

母分散既知  $\frac{S}{\sigma_0^2}$       母分散未知  $\frac{V_1}{V_2}$

⑫ 分散の検定の場合 従う分布が平均と異なり左右対称ではないです。

平均の差の検定と分散（ばらつき）の比の検定の違い



したがって分散既知の区間推定は  $S/x^2(\phi, \alpha/2) \sim S/x^2(\phi, 1-\alpha/2)$  となります。

⑬ 分散の検定は除算で行っているため  $F(\phi_1, \phi_2 : \alpha)$  と  $\frac{1}{F(\phi_2, \phi_1 : 1-\alpha)}$  は同じ値を意味します。

$$\frac{V_1}{V_2} \times \frac{1}{F(\phi_1, \phi_2; 1-\alpha/2)} = \frac{V_1}{V_2} \times F(\phi_2, \phi_1; \alpha/2)$$

という関係が成り立ちます。

⑥ 以上を踏まえ、下記公式集が出来ます。

表1 公式集

どのような検定をするか		それはどのような分布に従い	その分布を標準化するには (検定統計量)	区間推定	説明	
対象とするもの	母分散について					
母平均 $\mu$	母分散 $\sigma^2$ が既知	標準正規分布	$u_0 = \frac{\bar{x} - \mu_0}{\sqrt{\sigma^2/n}}$	$\bar{x} \pm u(\alpha/2)\sqrt{\sigma^2/n}$		
母平均 $\mu$	母分散 $\sigma^2$ が未知	t 分布	$t_0 = \frac{\bar{x} - \mu_0}{\sqrt{V/n}}$	$\bar{x} \pm t(\phi, \alpha)\sqrt{V/n}$	⑤①	
母平均 $\mu_1$ と母平均 $\mu_2$ の差	母分散 $\sigma^2$ が既知	標準正規分布	$u_0 = \frac{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}{\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}}}$	$\bar{x}_1 - \bar{x}_2 \pm u(\alpha/2)\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}}$	⑤②	
	母分散 $\sigma^2$ が未知	$\sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$ の場合	t 分布 (近似)	$t_0 = \frac{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}{\sqrt{\frac{V_1}{n_1} + \frac{V_2}{n_2}}}$	この公式は2級範囲外 $\bar{x}_1 - \bar{x}_2 \pm t(\phi^*, \alpha)\sqrt{\frac{V_1}{n_1} + \frac{V_2}{n_2}}$ 但し $\frac{(\frac{V_1}{n_1} + \frac{V_2}{n_2})^2}{\phi^*} = \frac{(\frac{V_1}{n_1})^2}{\phi_1} + \frac{(\frac{V_2}{n_2})^2}{\phi_2}$	⑤③
		$\sigma_1^2 = \sigma_2^2$ の場合	t 分布	$t_0 = \frac{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}{\sqrt{V(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2})}}$ 但し $V = \frac{s_1 + s_2}{n_1 + n_2 - 2}$	$\bar{x}_1 - \bar{x}_2 \pm t(\phi, \alpha)\sqrt{V(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2})}$ $\phi$ : 全データ数 - 2	⑤④
データに対応がある場合の母平均の差 $\bar{d}$ $\bar{d} = \bar{x}_1 - \bar{x}_2$	母分散 $\sigma^2$ が既知	標準正規分布	$u_0 = \bar{d}/\sqrt{\sigma_d^2/n}$	$\bar{d} \pm u(\alpha/2)\sqrt{\sigma_d^2/n}$	⑤⑤	
	母分散 $\sigma^2$ が未知	t 分布	$t_0 = \bar{d}/\sqrt{V_d/n}$	$\bar{d} \pm t(\phi, \alpha)\sqrt{V_d/n}$ $\phi$ : 全データ数 - 1	⑤⑥	
母不適合率が同じか	$P = \frac{x}{n}$ $n$ : 試料数 $x$ : 不適合数	標準正規分布	$u_0 = \frac{P - P_0}{\sqrt{P_0(1 - P_0)/n}}$	$P \pm u(\alpha/2)\sqrt{P(1 - P)/n}$	⑤⑦	
母不適合数が同じか	$\hat{\lambda} = \frac{T}{n}$ $n$ : n単位 $T$ : 不適合数	標準正規分布	$u_0 = \frac{\hat{\lambda} - \lambda_0}{\sqrt{\lambda_0/n}}$	$\hat{\lambda} \pm u(\alpha/2)\sqrt{\hat{\lambda}/n}$	⑤⑧	
標本間に違いがあるか	$P_A = \frac{x_A}{n_A}$ $\bar{P} = \frac{x_A + x_B}{n_A + n_B}$	標準正規分布	$u_0 = \frac{P_A - P_B}{\sqrt{\bar{P}(1 - \bar{P}) \times (\frac{1}{n_A} + \frac{1}{n_B})}}$	$P_A - P_B \pm u(\alpha/2)\sqrt{\left(\frac{P_A(1 - P_A)}{n_A} + \frac{P_B(1 - P_B)}{n_B}\right)}$	⑤⑨	
標本間に違いがあるか	$\hat{\lambda}_A = \frac{x_A}{n_A}$ $\hat{\lambda} = \frac{T_A + T_B}{n_A + n_B}$	標準正規分布	$u_0 = \frac{\hat{\lambda}_A - \hat{\lambda}_B}{\sqrt{\hat{\lambda} \times (\frac{1}{n_A} + \frac{1}{n_B})}}$	$\hat{\lambda}_A - \hat{\lambda}_B \pm u(\alpha/2)\sqrt{\left(\frac{\hat{\lambda}_A}{n_A} + \frac{\hat{\lambda}_B}{n_B}\right)}$	⑤⑩	
母分散1と母分散2は同じか	母分散1の $\sigma_0^2$ が既知	$\chi^2$ 分布	$x_0^2 = \frac{S}{\sigma_0^2}$	$S/\chi^2(\phi, \alpha/2)$	⑤⑪	
				$\sim S/\chi^2(\phi, 1 - \alpha/2)$	⑤⑫	
母分散1と母分散2は同じか	母分散 $\sigma^2$ が未知	F 分布	$F_0 = \frac{V_1}{V_2}$ 但し $V_1 > V_2$	$\frac{V_1}{V_2} \times \frac{1}{F(\phi_1, \phi_2, \alpha/2)} \sim \frac{V_1}{V_2} \times \frac{1}{F(\phi_1, \phi_2, 1 - \alpha/2)} = \frac{V_1}{V_2} \times F(\phi_2, \phi_1, \alpha/2)$	⑤⑬ ⑤⑭	

## 8 独立性の検定

独立性の検定は公式よりも実例を記載します。

	良品	不良品	合計
A工場	90	20	110
B工場	110	60	170
C工場	100	20	120
合計	300	100	400

独立していたらどのような分布になるか (A工場B工場 などの区別が無いならば)

	良品	不良品	合計
A工場	$110 \times 3 \div 4 = 82.5$	$110 \times 1 \div 4 = 27.5$	250
B工場	$170 \times 3 \div 4 = 127.5$	$170 \times 1 \div 4 = 42.5$	150
C工場	$120 \times 3 \div 4 = 90$	$90 \times 1 \div 4 = 30$	150
合計	300	100	400

その誤差を計算する

	良品	不良品
A工場	$\frac{(82.5 - 90)^2}{82.5} = 0.6818$	$\frac{(27.5 - 20)^2}{27.5} = 2.0455$
B工場	$\frac{(127.5 - 110)^2}{127.5} = 2.402$	$\frac{(42.5 - 60)^2}{42.5} = 7.2059$
C工場	$\frac{(90 - 100)^2}{90} = 1.111$	$\frac{(30 - 20)^2}{30} = 3.3333$

各要素の合計を計算し

$$0.6818 + 2.0455 + 2.402 + 7.2059 + 1.1111 + 3.3333 = 16.7995$$

$\chi^2$ 検定統計量と比較します。

この時、自由度は表の (行数-1) X (列数-1) になるのだから

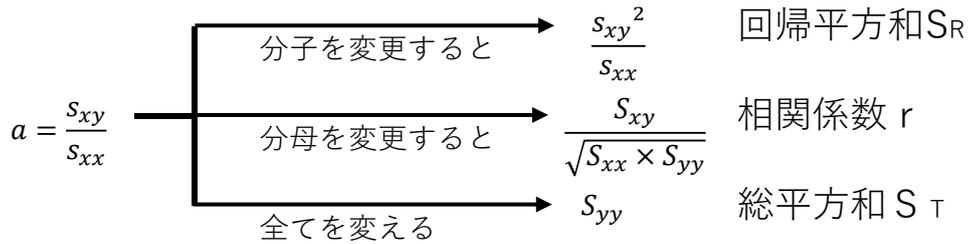
$$(3-1) \times (2-1) = 2 \times 1 = 2$$

また 有位水準5%の場合 値は

$$\chi^2 = 16.795 > \chi^2(2, 0.05) = 5.99$$

## 9 相関関係

- ① 相関分析は  $y = ax + b$  の式の算出と、その検定が主です。  
この式の定数  $a$  を求める式から 各々の式を覚えていく。



参考までに

- 1 定数  $b$  の求め方は  $y$  の平均  $x$  の平均を代入し算出する
- 2 共平方和の算出は平方和を変形して算出する

$$S = \sum x_i^2 - \frac{(\sum x_i)^2}{n}$$

$$s_{xy} = \sum_{i=1}^n x_i y_i - \frac{\sum x_i \sum y_i}{n}$$

## ② 回帰関係の有用性

要因	平方和	自由度	不偏分散	F 値
回帰	$S_R$ (回帰平方和) : $s_{xy}^2 / s_{xx}$	$\phi R : 1$	$VR : SR$	$F_0 : VR / VE$
誤差	$S_E$ (残差平方和) : $S_{yy} - s_{xy}^2 / s_{xx}$	$\phi E : n - 2$	$VE : SE / n - 2$	
全体	$S_T$ (総平方和) : $S_{yy}$	$\phi T : n - 1$		

帰無仮説  $a = 0$

対立仮説  $a \neq 0$  傾きが 0 (無い) という事は相関が無いという事

検定統計量  $F_0 : VR / VE$  規格限界値  $F(1, n - 2; \alpha)$

## ③ 無相関の検定

帰無仮説  $H_0: \rho = 0$

対立仮説  $H_1: \rho \neq 0$

検定統計量  $|t_0| = \frac{r\sqrt{n-2}}{\sqrt{1-r^2}} \cong$  規格限界値  $t(n-2, \alpha)$

回帰関係は変数  $x$  で変数  $y$  をどれだけ説明できるか、 $x$  によって  $y$  が定まるという関数の関係を想定しているもので、相関は 2 つの変数  $xy$  の関係を見るものです。

10 実験計画法

① 実際の実験計画法の計算例

		Aに関して				
		B1	B2	合計	合計 <sup>2</sup>	データ <sup>2</sup>
A1		90	75	330	108900	27350
		85	80			
A2		75	95	343	117649	29927
		74	99			
A3		65	75	295	87025	21975
		70	85			
B に 関 し て	合計	459	509	968	313574	79252
	合計 <sup>2</sup>	210681	259081	469762		
	データ <sup>2</sup>	35551	43701	79252		

		B1	B2
A1		175	155
A2		149	194
A3		135	160

計算式

$968^2 = (90 + 75 + 85 + 80 + 75 + 95 + 74 + 99 + 65 + 75 + 70 + 85)^2$        $35551 = 90^2 + 85^2 + 75^2 + 74^2 + 65^2 + 70^2$   
 $108900 = 330 \times 330$   
 $210681 = 459 \times 459$   
 $79252 = 90^2 + 75^2 + 85^2 + 80^2 + 75^2 + 95^2 + 74^2 + 99^2 + 65^2 + 75^2 + 70^2$   
 $158312 = 175^2 + 155^2 + 149^2 + 194^2 + 135^2 + 160^2$

平方和

CT  $968^2 \div 12 = 78085$   
 全データ合計の2乗  
 ST  $79252 - CT = 1167$   
 データの2乗の合計  
 SA  $108900/4 + 117649/4 + 87025/4 - CT = 308.5$   
 A要素ごとの2乗の合計  
 SB  $210681/6 + 259081/6 - CT = 208.7$   
 B要素ごとの2乗の合計  
 SAB  $158312 \div 2 - CT = 1071$   
 まとめたデータの2乗を (行-1) X (列-1) で割る  
 SAXB  $SAB - SA - SB = 553.8$   
 SE  $ST - (SA + SB + SAXB) = 96$

	平方和	自由度	分散	分散比	F境界値
因子A	308.5	2	154.25	9.6406	$F(2,6;0.05) = 5.14$
因子B	208.7	1	208.7	13.044	$F(1,6;0.05) = 5.9$
AXB	553.8	2	276.9	17.306	$F(2,6;0.05) = 5.14$
E	96	6	16		

誤差で割る

要因は φ 1

誤差は φ 2

項目	算出時に除算する値
CT	全データ数
ST	無し
SA	A同一水準のデータ数
SAB	同一条件実験数
SAXB	無し
SE	無し

項目	自由度
ST	全データ-1
SA	A水準数-1
SB	B水準数-1
SAXB	SA自由度 X SB自由度
SE	ST-SA-SB-SAXB

② 実験計画法の公式の覚え方 というか考え方

① 基本は平方和の

$$S_{xx} = \sum x_i^2 - \frac{(\sum x_i)^2}{n} \text{ を使用する}$$

例題として表1で考える(表2,3,4,5は③の説明で使用するのでは今は関係ない)

	B1	B2
A1	90	75
	85	80
A2	75	95
	74	99
A3	65	75
	70	85

表1

	B1	B2
A1	90	75
	85	80
A2	75	95
	74	99
A3	65	75
	70	85

表2

	B1	B2
A1	90	75
	85	80
A2	75	95
	74	99
A3	65	75
	70	85

表3

	B1	B2
A1	90	75
	85	80
A2	75	95
	74	99
A3	65	75
	70	85

表4

A1	90+85	75+80
A2	75+74	95+99
A3	65+70	75+85

表5

②  $\frac{(\sum x_i)^2}{n}$  を C T (修正項) として下記のように計算する

全データ合計<sup>2</sup> ÷ データ数

$$(90+75+85+\dots+85)^2 \div 12 = 780850$$

③ 知りたい効果とその構成数を一覧表にする

知りたい効果	参照	構成グループ	参照範囲	そのグループの構成要素と構成数 (同じ要素のもの)	参照範囲
S T	表2	90、75、…、85を1グループで1つ	青四角	90,85,75, … 85 ⇒ 1個	青丸
S A	表3	90+75+85+80 を1グループで3つ	緑四角	90,75,85,80 ⇒ 4個	緑丸
S B	表4	90+85+…+70 を1グループで2つ	赤四角	90,85,75, … 70 ⇒ 6個	赤丸
S A B	表5	90+85, …, 75+85 を1グループで6つ	黄四角	90,85 ⇒ 2個	黄丸

$\sum x_i^2$  を計算しその後修正項を減算する

$\sum x_i^2$  とは 『そのグループの構成数要素の2乗 ÷ 構成数』 で、それを全構成において行う

例としてSAに関して考えてみる。

i そのグループの構成要素の2乗の計算

因子Aは全部でA1水準 A2水準 A3水準がある。

その構成は

$$A1 \text{水準は } 90+75+85+80 = 330 \quad \text{同様に } A2 \text{水準は } 75+95+74+99 = 343$$

$$A3 \text{水準は } 65+75+70+85 = 295 \text{ である}$$

$$\text{構成要素の2乗なので } 330^2 + 343^2 + 295^2 = 313574 \text{ である。}$$

ii 構成数の計算

今回は偶然にもA1水準 A2水準 A3水準 とともに4つのデータ値で構成されている

そのため313574を4で割り算する。構成数が異なる場合、その構成要素ごとに除算する

iii 313574/4からCTを差し引くと因子Aの平方和が算出される。

③ 実験計画法 補足

実験計画法は

$$H_0 : \sigma_A^2 = 0$$

$$H_1 : \sigma_A^2 > 0$$

つまり片側検定である

点推定と区間推定

① 最大値は194をとるA2B2です。

② A2B2の点推定は

全平均+A2の効果+B2の効果+A2B2の交互作用

で算出されます。具体的には

$$\text{全平均: } (90+75+85+\dots+\dots+70+85) \div 12 = 80.67$$

A2の効果: A2の効果はA2の平均 - 全平均 でA2のみの効果が算出されます。

$$\text{具体的には } \{(75+95+74+99) \div 4\} - 80.67 = 5.08$$

$$\text{B2の効果も同様に } \{(75+80+\dots+85) \div 4\} - 80.67 = 4.16$$

A2B2の交互作用はA2B2の効果からA2の効果とB2の効果の引いたものだから

$$\text{A2B2の効果: } (194 \div 2) - 80.67 = 16.33$$

$$\text{A2B2の効果} - (\text{A2の効果} + \text{B2の効果}) = 16.33 - (5.08 + 4.16) = 7.09$$

従ってA2B2の点推定は80.67 + 5.08 + 4.1 + 7.09 = 96.94となります。

※ 194 ÷ 2 = 97 でも可 (交互作用がある場合はA2B2の平均でも可能)

	B1	B2
A1	175	155
A2	149	194
A3	135	160

③ 区間推定は難しく下記のようにになります。

$$\bar{x} \pm t(\phi_E, \alpha) \sqrt{\frac{VE}{Ne}}$$

但し  $\phi_E$ : 誤差の自由度 VE: 誤差の分散 Ne: 有効反復数 となります。

有効反復数とは母平均の区間推定の際に用いる値です。

1元配置の場合、

有効反復数は推定に用いたデータ数 (構成要素数) で表されます。

A2だけの区間推定の場合75、95、74、99の4つを使用しており4となります。

2元配置の場合、

算出には田口のルールと伊奈のルールがありますが、ここでは伊奈のルールを説明します。伊奈のルールは

Ne (有効反復数) は点推定に用いられている平均の係数の和

になるとしています。具体的には

$$\frac{1}{Ne} = \frac{1}{\text{因子A水準2の要素数}} + \frac{1}{\text{因子B水準2の要素数}} - \frac{1}{\text{全要素数}}$$

$$= \frac{1}{4} + \frac{1}{6} - \frac{1}{12} = \frac{4}{12} = \frac{1}{3} \text{ となります。}$$

# 11 信頼

## ① 信頼2種

信頼度 正しく機能し続けうる確率  
 信頼性 正しく機能する時間的安全性を表す度合い 例MTTR MTBF

## ② 信頼度の求め方

直列 信頼度A X 信頼度B  
 並列  $1 - (1 - \text{信頼度A}) \times (1 - \text{信頼度B})$

## ③ 信頼性 用語

MT: mean time ミンタイム 平均時間 Failure : 故障 Repair : 修理

MTTF To Failure 故障までの平均時間 (修理できないもの)

MTBF Between Failures 故障と故障の間の時間 (修理できるもの)

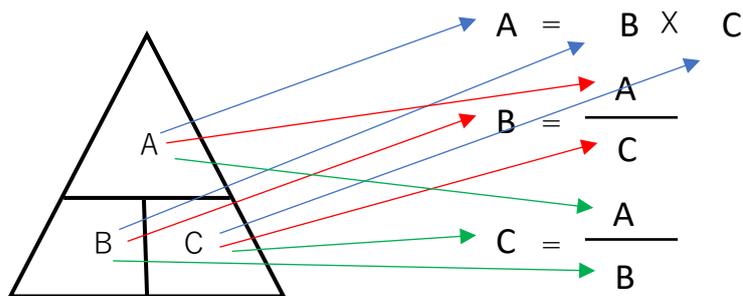
MTTR To Repair 修理の平均時間 (修理できるもの)

→修理のしやすさ

一定期間内(修理した時間は含まず稼働時間のみ)の故障する確率

## ④ 信頼性 計算式

計算式を覚える前に 下記の三角形でそれぞれの関係が見えてくる



それを踏まえると下記 関係の記憶が簡単です。

